

Mathématiques 3+4

Domaine	Ingénierie et Architecture
Filière	Géomatique
Orientation	Génie de l'environnement (GEN)
Mode de formation	Plein temps

Informations générales

Nom	: Mathématiques 3+4
Identifiant	: Math3+4
Années académiques	: 2018-2019, 2019-2020, 2020-2021, 2021-2022, 2022-2023
Responsable	: Michela Thiémard-Spada
Charge de travail	: 210 heures d'études
Périodes encadrées	: 144 (= 108 heures)

Semestre	E1	S1	S2	E2	S3	S4	E3	S5	S6
Cours			144						

Connaissances préalables recommandées

L'étudiant-e doit connaître et savoir utiliser toutes les notions de l'unité Math1+2.

Objectifs

À l'issue de cette unité d'enseignement, l'étudiant-e sera capable de :

Concernant l'algèbre linéaire :

- additionner et multiplier des matrices,
- détecter si une matrice est inversible, et si oui l'inverser,
- simplifier des expressions matricielles,
- calculer un déterminant d'ordre n ,
- expliquer les applications géométriques du déterminant,
- reconnaître un système d'équations linéaires et l'écrire sous forme standard,
- interpréter en termes géométriques (droites et plans) les systèmes linéaires,
- résoudre un système régulier à l'aide de la formule de Cramer,
- résoudre des systèmes linéaires, réguliers ou non, à l'aide de l'algorithme de Gauss-Jordan ;

Concernant les courbes dans le plan :

- étudier le comportement d'une courbe donnée par ses équations paramétriques : $x(t)$, $y(t)$,
- calculer les vecteurs dérivés pour obtenir la tangente et la courbure de la courbe,
- calculer la longueur d'un arc de courbe,
- calculer le centre du cercle de courbure ;

Concernant les fonctions de deux et trois variables :

- déterminer pour une fonction de deux et trois variables le domaine de définition, les dérivées partielles et la différentielle totale,
- appliquer les règles de dérivation des fonctions composées,
- calculer un gradient et une dérivée directionnelle,

- donner et distinguer la forme explicite et implicite de l'équation cartésienne d'une surface,
- distinguer l'équation d'une courbe et d'une surface dans l'espace,
- calculer la normale et le plan tangent à une surface,
- définir, expliquer et appliquer la notion de différentielle (totale) : calcul d'erreur,
- modéliser et résoudre des problèmes d'optimisation : extrema non liés (matrice Hessienne) et liés (multiplicateurs de Lagrange),
- calculer la divergence, le rotationnel et le laplacien ;

Concernant le calcul intégral :

- expliquer et commenter les notions d'intégrale définie et indéfinie (primitive),
- énoncer et utiliser le théorème fondamental du calcul intégral,
- donner les primitives des fonctions élémentaires,
- calculer une intégrale au moyen d'un changement de variable (substitution),
- appliquer la technique d'intégration par parties,
- décomposer une fonction rationnelle en éléments simples pour calculer une primitive,
- étendre la notion d'intégrale aux fonctions et aux intervalles non bornés (intégrales impropres/généralisées),
- établir la convergence ou la divergence des intégrales impropres les plus élémentaires,
- appliquer le calcul intégral pour calculer des aires, des longueurs et des volumes ;

Concernant les équations différentielles :

- expliquer et commenter la notion d'équation différentielle,
- écrire l'équation différentielle correspondant à une situation concrète simple (1er ordre),
- reconnaître et intégrer une équation différentielle du 1er ordre à variables séparables avec ou sans condition initiale ;

Concernant les intégrales doubles :

- expliquer la notions d'intégrale double et donner son interprétation,
- donner et appliquer les propriétés des intégrales doubles,
- calculer l'intégrale double dans un domaine régulier,
- calculer l'intégrale double en coordonnées polaires,
- appliquer le calcul intégral pour calculer des aires et des volumes ;

Concernant la trigonométrie sphérique :

- déterminer les coordonnées sphériques d'un point dans l'espace,
- résoudre des problèmes trigonométriques dans un triangle sphérique (loi des cosinus et des sinus),
- calculer la distance orthodromique (géodésique) entre deux points de la sphère.

Contenu et formes d'enseignement

Répartition des périodes indiquée à titre informatif.

Cours: 144 périodes

- | | |
|---|----|
| - Algèbre linéaire : Opérations sur les matrices, définition et calcul des déterminants, inversion d'une matrice, algorithme de Gauss-Jordan, règle de Cramer. Discussion des systèmes linéaires, réguliers ou non, homogènes ou non. | 36 |
| - Fonctions de deux et trois variables : Courbe et surface de niveau. Dérivées partielles. Gradient et dérivée directionnelle. Recherche d'extrema liés et non liés. Champs et opérateurs différentiels. | 30 |
| - Courbes : Équations paramétriques d'une courbe. Vecteurs dérivés, longueur, courbure. | 14 |
| - Calcul intégral : Définition des intégrales définies et indéfinies. Théorème fondamental du calcul intégral. Quelques techniques d'intégration. Applications : calcul d'aires, de longueurs, de volumes. | 38 |

- Équations différentielles : Définitions. Conditions initiales. Équations différentielles à variables séparables et modélisation. 8
- Intégrales doubles : Intégration sur un domaine régulier. Coordonnées polaires. Calcul d'aires et de volumes. 12
- Géométrie sphérique : Trigonométrie sphérique. Orthodromie. 6

Bibliographie

- Algèbre linéaire, R. Cairoli
- Analyse Concepts et Contextes, volumes 1 & 2, J. Stewart

Contrôle de connaissances

Cours : L'acquisition des matières de cet enseignement sera contrôlée au fur et à mesure par des tests et des travaux personnels. Il y aura au moins 3 tests d'une durée totale d'au moins 6 périodes.

Examen : l'atteinte de l'ensemble des objectifs de formation sera vérifiée lors d'un contrôle final commun écrit d'une durée de 150 minutes.

Matériel autorisé :

- information communiquée directement par l'enseignant.

Calcul de la note finale

Note finale = moyenne cours x 0.5 + moyenne examen x 0.5